Терентьева Т.Н.,
учитель математики МБОУ «СОШ № 1»

Формирование абстрактного мышления учащихся на примере создания математической модели реальных ситуаций

Текстовые задачи занимают значительное место в школьной программе математики. Их особенностью является то, что они увязывают упрощенное описание действительности и ее математической модели. В процессе решения текстовых задач у учащихся формируется умение моделировать реальные объекты и явления. Разнообразие задач, встречающихся в школьном курсе математики, крайне велико.

Выделяют: задачи на движение (по прямой, окружности, воде),
задачи на смеси, сплавы,
задачи на проценты,
задачи на совместную работу,
задачи на прогрессии.

Применение специальных средств (например, таблиц взаимосвязей между объектами задачи) позволяет лучше увидеть логику отношений между ними. Текстовые задачи часто вызывают затруднения у учащихся, поэтому следует уделять их решению больше времени, проводить по возможности элективные курсы, факультативы, выполнять задания на уроках на развитие логики, объяснять основные моменты решения таких задач.

Сформированность у учащихся представления о способах и методах решения задач обеспечивает их продуктивную работу в ходе поиска ответа на требования задачи, что способствует набору большего количества баллов при сдаче ОГЭ.

Рассмотрим задачи на совместную работу. Задача 1 представлена в открытом банке для ОГЭ.

Задача 1.

Две трубы наполняют бассейн за 8 часов 45 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 21 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

Переведем часы в минуты: 8ч 45 мин=8·60+45=525 минут, 21 час=21·60=1260 минут.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{1260}$ *часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют* $\frac{1}{525}$ *часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет* $\frac{1}{525}-\frac{1}{1260}=\frac{1260-525}{1260\cdot 525}=\frac{1}{900}$ *часть бассейна, то есть она наполнит весь бассейн за 900 минут, переведя в часы, получим, 15 часов.*

Ответ: 15.

А задача 2 встречается в тестах ЕГЭ профильного уровня.

Задача 2.

Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

Решение.

Условимся всю работу принять за 1.

За один час Игорь и Паша красят 1/20 забора, Паша и Володя красят 1/24 забора, а Володя и Игорь — за 1/30 забора. Работая вместе, за один час два Игоря, Паши и Володи покрасили бы:

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{24}+\frac{1}{30}=\frac{15}{120}=\frac{1}{8}\text{ забора.}$$

$$2(И+П+В)=\frac{1}{8},$$

$$И+П+В=\frac{1}{16}$$

Игорь, Паша и Володя могут покрасить забор за 16 часов.

Ответ: 16.

Аналогичные задачи:

1. Валя и Галя пропалывают грядку за 8 минут, а одна Галя — за 10 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Валя?
2. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий — за 15 минут, а первый и третий — за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Следующие задачи встречается в тестах как ОГЭ, так и ЕГЭ профильного уровня.

Задача 3.

Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Решение.

Пусть стоимость рубашки равна x, стоимость куртки y. Как всегда, принимаем за сто процентов ту величину, с которой сравниваем, то есть цену куртки. Тогда стоимость четырех рубашек составляет 92$\%$ от цены куртки, то есть

y______________100%

4x________________92%

$$4x=0{,}92y.$$

Стоимость одной рубашки — в 4 раза меньше:
$x = 0{,}23y$, а стоимость пяти рубашек: $5x = 1{,}15y$

y_______________100%

1,15y_______________________?%

, 115-100=15%.

Получили, что пять рубашек на 15 $\%$ дороже куртки. Ответ: 15%.

Задача 4.

Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. Насколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Решение.

Стоимость брюк с одной стороны равна 130% стоимости рубашки, а с другой стороны 78% стоимости пиджака.

Тогда 1,3Р=0,78П, Р=0,6П, т. Е. рубашка стоит 60% стоимости пиджака. Рубашка дешевле пиджака на 40%

Ответ: 40.

Задача 5 встречается и в тестах ОГЭ, и в тестах ЕГЭ базового уровня.

Задача 5.

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8 $\%$, а в 2010 году — на 9 $\%$ по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Решение.

По условию, в 2009 году число жителей выросло на 8 $\%$, то есть стало равно $40000 \cdot 1{,}08 = 43200$ человек.

в 2010 году число жителей выросло на 9 $\%$, теперь уже по сравнению с 2009 годом. Получаем, что в 2010 году в квартале стало проживать $40000 \cdot 1{,}08 \cdot 1{,}09 =$ 47088 жителей.

Ответ: 47088.

Аналогично решается и такая задача:

Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Задача 6.

В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4 % дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение.

Пусть при открытии торгов в понедельник акции стоили x рублей. К вечеру понедельника они подорожали на p % и стали стоить $x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$. Теперь уже эта величина принимается за 100 %, и к вечеру вторника акции подешевели на p % по сравнению с этой величиной. Соберем данные в таблицу:

	в понедельник утром	в понедельник вечером	во вторник вечером
Стоимость акций	x	$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$	$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{p}{100}\right)$

По условию, акции в итоге подешевели на 4 %.

Получаем, что

$$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{p}{100}\right) = x \cdot \left(1 - \frac{4}{100}\right)$$

Поделим обе части уравнения на x (ведь он не равен нулю) и применим в левой части формулу сокращенного умножения.

$$1 - \frac{p^2}{100^2} = 1 - \frac{4}{100}$$

$$\frac{p^2}{100^2} = \frac{4}{100}$$

По смыслу задачи, $p>0$.

Получаем, что $p = 20$. Ответ: 20%