

**Методические рекомендации по решению текстовых задач  
по математике при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ**

**Алгоритм решения задач на совместную работу**

- Вся выполненная работа принимается за 1.
- Находим часть работы, выполненной одним объектом за единицу времени (производительность  $P_1$ ) ( $P=1/T$ )
- Находим часть работы, выполненной другим объектом за единицу времени (производительность  $P_2$ )
- Находим часть работы, выполненной двумя и более объектами за единицу времени (производительность  $P=P_1 + P_2$ )
- Находим время, затраченное на выполнение всей работы всеми участвующими объектами ( $T=1/P$ )

Задача 1.

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 15 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 2 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 3 дня?

**Решение:** Пусть  $x$  ( $x > 0$ ) дней работал первый рабочий,  $y$  ( $y > 0$ ) дней работал второй рабочий, тогда:

$\frac{1}{x}$  – производительность труда первого рабочего;

$\frac{1}{y}$  – производительность труда второго рабочего;

$\frac{1}{x} \cdot 2$  – работа, выполненная первым рабочим за 2 дня;

$\frac{1}{y} \cdot 3$  – работа, выполненная вторым рабочим за 3 дня.

Так как работа, выполненная обоими рабочими, одинакова, получим первое уравнение:

$$\frac{1}{x} \cdot 2 = \frac{1}{y} \cdot 3$$

Работая вместе, они всю работу (равную 1) выполнили за 15 дней, значит их общая производительность равна  $\frac{1}{15}$ . Составим второе уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$$

Решим систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{3}{y}; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 3x; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{3x}{2}; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{3x}{2}; \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{3x} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Решим второе уравнение системы  $\frac{5}{3x} = \frac{1}{15}$ ,

$$3x = 75,$$

$$x = 25.$$

За 25 дней, работая отдельно, выполнит всю работу первый рабочий.

**Ответ: 25 дней.**

## Задачи для самостоятельного решения

2.2.2. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 8 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 2 дня? [20 дней]

2.2.3. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 9 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 1 день? [36 дней]

2.2.4. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 6 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 2 дня? [15 дней]

2.2.5. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 3 дня. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 4 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 3 дня? [7 дней]

### Задача 2.

Один мастер может выполнить заказ за 12 дней, другой – за 6 дней. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

#### Решение:

$x$  ч – время, за которое выполнят заказ оба мастера, работая вместе.

Причём ( $x > 0$ ,  $x \neq 15$ );

$\frac{1}{x}$  – производительность труда при совместной работе двух мастеров;

$\frac{1}{12}$  – производительность труда первого мастера;

$\frac{1}{6}$  – производительность труда второго мастера;

$(\frac{1}{12} + \frac{1}{6})$  – производительность труда при совместной работе

двух мастеров.

$$(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}) = \frac{1}{x},$$

$$(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}) \cdot x = 1,$$

$$(\frac{1}{12} + \frac{2}{12}) \cdot x = 1,$$

$$\frac{3}{12} \cdot x = 1,$$

$$x = 4.$$

Ответ: 4 часа.

Задача 3.

Игорь и Паша красят забор за 9 часов, Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь - за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят этот забор, работая вместе?

Эта задача была в КИМах профильной математики. Основная ошибка - не разделили на 2. При нахождении общего времени.

**Решение:**

$x$  ч – время, за которое покрасит забор Игорь;

$y$  ч – время, за которое покрасит забор Паша;

$\frac{1}{x}$  – производительность труда Игоря;

$\frac{1}{y}$  – производительность труда Паши;

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  – производительность совместного труда Игоря и Паши.

По условию Паша и Игорь красят вместе забор за 9 часов, то есть производительность их совместного труда  $\frac{1}{9}$ .

$$\text{Составим уравнение: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9} \quad (1).$$

$z$  ч – время, за которое покрасит забор Володя;

$\frac{1}{z}$  – производительность труда Володи;

$\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  – производительность совместного труда Володи и Паши.

По условию Паша и Володя красят вместе забор за 12 часов, то есть производительность их совместного труда  $\frac{1}{12}$ .

$$\text{Составим уравнение: } \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12} \quad (2).$$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$  – производительность совместного труда Володи и Игоря;

По условию Игорь и Володя красят вместе забор за 18 часов, то есть производительность их совместного труда  $\frac{1}{18}$ .

$$\text{Составим уравнение: } \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18} \quad (3).$$

Из уравнений (1), (2), (3) составим систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18}; \end{cases}$$

Из первого уравнения системы вычтем второе, получим систему:

$$\begin{aligned} + \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = \frac{1}{9} - \frac{1}{12}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{18}; \end{cases} \\ \hline \frac{2}{x} = \frac{1}{36} + \frac{1}{18}, \\ \frac{2}{x} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}; \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \Rightarrow x = 24. \end{aligned}$$

Из первого уравнения исходной системы следует:

$$\begin{aligned} \frac{1}{y} &= \frac{1}{9} - \frac{1}{24} = \frac{5}{72}; \\ \frac{1}{y} &= \frac{5}{72} \Rightarrow y = \frac{72}{5}. \end{aligned}$$

Из второго уравнения исходной системы следует:

$$\begin{aligned} \frac{1}{z} &= \frac{1}{12} - \frac{5}{72} = \frac{1}{72}; \\ \frac{1}{z} &= \frac{1}{72} \Rightarrow z = 72. \end{aligned}$$

Производительность совместного труда всех троих мальчиков будет:

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{72} + \frac{5}{72} = \frac{3+1+5}{72} = \frac{9}{72} = \frac{1}{8}.$$

Определим, за сколько времени мальчики, работая вместе, покрасят забор.

$$1 : \frac{1}{8} = 8.$$

**Ответ:** 8 ч.

## Задачи для самостоятельного решения

**2.2.9.** Бригада маляров красит забор длиной 450 м, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 150 м забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор. [6 дней]

**2.2.10.** Бригада маляров красит забор длиной 950 м, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 190 м забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор. [10 дней]

**2.2.11.** Бригада маляров красит забор длиной 105 м, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 70 м забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор. [3 дня]

**2.2.12.** Бригада маляров красит забор длиной 180 м, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 120 м забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор. [3 дня]

**2.2.13.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 117 м, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 9 м тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 9 дней. [17 м]

**2.2.14.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 180 м, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 9 м тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней. [27 м]

**2.2.15.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 77 м, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 5 м тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 7 дней. [17 м]

**2.2.16.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 91 м, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 4 м тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 7 дней. [22 м]