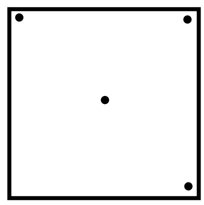
Резервный вариант

Математика 7 класс

1. На листе бумаги написано число 1600. Крокодил Гена и Чебурашка по очереди делят это число на любое из следующих чисел: 2, 5, 10. Проигрывает тот из них, кто при его ходе не сможет поделить нацело оставшееся число. Каким по счету должен играть Чебурашка и как играть, чтобы выиграть?

2. Чтобы Золушка наверняка не смогла поехать на балл, мачеха приказала ей посадить 9 кустов роз, при этом, чтобы рядов получилось бы ровно 8, и в каждом ряду было бы по три куста. Как Золушке это сделать?

3. У Бараша есть торт, в трех углах и в самом центре которого по зефирке. Бараш хочет двумя прямолинейными разрезами разделить торт на 4 части – каждая с зефиркой – так, чтобы каждый из четырех Смешариков получил по куску торта с зефиркой. Крошу и Ежику достались бы одинаковые куски, составляющие ровно 1/5 часть торта каждый; Нюше достался бы самый большой кусок с центральной зефиркой; а ему достался бы самый маленький кусок. Как Бараш может разрезать торт?



4. Даны 9 различных натуральных чисел, не больших 19. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковые.

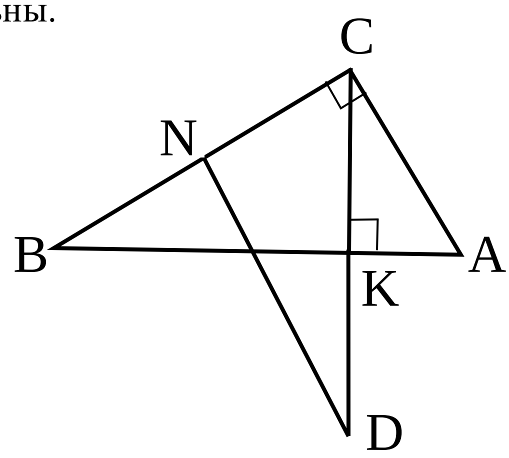
5. Есть 6 монет, из которых две - фальшивые, тяжелее настоящих на 0,1 грамма. Есть весы, которые реагируют только на разность весов на чашках, не меньшую 0,2 грамма. Как найти обе фальшивые монеты за 4 взвешивания?

Резервный вариант
Математика 8 класс

1. Найдите все целые n, при которых значение выражения $\frac{10}{3n+7}$ - целое число.

2. Есть ли такое целое число, что если из его квадрата вычесть 15, то получится квадрат целого числа? Если да, то укажите все такие числа.

3. Найдите углы прямоугольного треугольника ABC, если CK=KD, BK=3AK, AC и DN параллельны.



4. Робинзон Крузо после кораблекрушения стал приносить несколько камней на берег океана. Ежедневно он приносил на одно и то же количество камней больше по сравнению с предыдущим днем. Сколько камней он принес за первую неделю, если известно, что в 10-й день он принес 21 камень, а через 30 дней на берегу оказалось 960 камней?

5. Малыш и Карлсон записали в ряд числа 1, 2, 3, ... , 29, 30, 31. Карлсон начинает игру. За один ход разрешается вычеркнуть любое из еще невычеркнутых чисел. Игра продолжается до тех пор, пока не останется два невычеркнутых числа. Если сумма этих чисел делится на 6, то выигрывает начинающий, в противном случае - его партнер. Сможет ли выиграть Карлсон при правильной игре?

Резервный вариант
Математика 9 класс

1. На космической базе Тау Кита находится 1000 космических кораблей, а на базе Эпсилон Эридана — 2020 космических кораблей. Где нужно построить космический портал, чтобы сумма расстояний, проходимых всеми кораблями от базы до портала, была наименьшей?

2. Хоббиты Бильбо и Фродо играют в игру. На столе лежит куча из 127 камней. Хоббиты делают ходы поочерёдно, а начинает Бильбо. Игрок делит произвольную кучку, в которой больше одного камня, на две меньшие кучки. Выигрывает тот, кто после своего хода оставляет кучки по одному камню в каждой. Сможет ли Бильбо выиграть при любой игре Фродо?

3. Докажите, что ни одно из чисел вида 10^{3n+1} нельзя представить в виде суммы двух кубов натуральных чисел.

4. Длины а, Ь и с сторон некоторого треугольника удовлетворяют соотношению

$$2(a^8 + b^8 + c^8) = (a^4 + b^4 + c^4)^2.$$

Докажите, что треугольник прямоугольный.

5. В круге, площадь которого равна 1, дано 2021 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что из этих точек можно выбрать 5 таких, что площадь пятиугольника с вершинами в выбранных точках будет меньше 0,002.

Резервный вариант
Математика 10 класс

1. Докажите, что не существует двух натуральных чисел таких, что их сумма равна 202, а произведение делится на 202.
2. На космической базе Тау Кита находится 1000 космических кораблей, а на базе Эпсилон Эридана — 2020 космических кораблей. Где нужно построить космический портал, чтобы сумма расстояний, проходимых всеми кораблями от базы до портала, была наименьшей?
3. Клетки доски 2021 х 2021 раскрашены в шахматном порядке в черный и белый цвета так, что угловые клетки – черные. Для каждой пары разноцветных клеток рисуется вектор, идущий из центра черной клетки в центр белой. Докажите, что сумма всех нарисованных векторов равна нулю.
4. Точка, симметричная центру вписанной в треугольник окружности относительно одной из его сторон, лежит на описанной около этого треугольника окружности S. Докажите, что точка симметричная центру окружности S относительно этой же стороны треугольника, также лежит на окружности S.
5. У правильного 5050-угольника окрашена 2021 вершина. Докажите, что можно выбрать три окрашенные вершины, которые являются вершинами равнобедренного треугольника

Резервный вариант
Математика 11 класс.

1. Иван Иванович нашел несколько долларов, не более 10 штук. Доллары он поменял на рубли по 75 рублей за доллар. Затем он не более трех рублей потерял, а на остальные в магазине «Все по 33» купил несколько предметов по 33 рубля за каждый. Сколько предметов купил Иван Иванович, если на кассе ему дали 4 рубля сдачи?

2. Числа a^2, b^2, c^2 различны и образуют арифметическую прогрессию. Доказать, числа $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{a+b}$ тоже образуют арифметическую прогрессию.

3. Найти все тройки (x; y; z) действительных чисел, удовлетворяющих системе:

$$\begin{cases} y^2+12x\sqrt{y}+18x^2=0, \\ 4x^2=6xyz-9z^2. \end{cases}$$

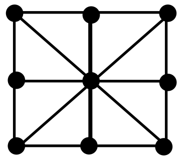
4. Окружности O_1 и O_2 касаются друг друга внешним образом в точке A, отрезок AB – диаметр O_1. Длины отрезков, отсекаемых окружностями на некоторой прямой, проходящей через точку B, равны 2, 3 и 4, считая от точки B. Найти радиусы окружностей.

5. Заданы вещественные числа $a_1, a_2, ..., a_{12}$ из интервала (2; 24). Доказать, что можно выбрать три различных индекса i, j, k таких, что числа a_i, a_j, a_k являются длинами сторон некоторого остроугольного треугольника.

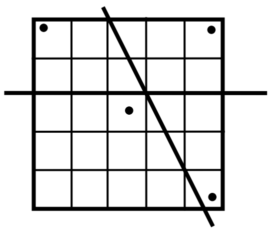
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
7 класс

1. Разложим число на простые множители: $1600=2^6 5^2$. Чтобы выиграть, Чебурашка должен играть вторым: он будет повторять действия Гены. Так как заданное число является квадратом числа, то Чебурашка всегда сможет сделать повторное деление нацело.

2. Ответ: надо посадить кусты в точках, отмеченных на рисунке.



3. Ответ: надо условно разделить квадрат линиями на 25 равных клеток 5*5, провести прямолинейные линии как показано на рисунке.
Два верхних куска - это по 1/5 части торта (5 клеток), самый большой кусок содержит среднюю зефирку.
Другой вариант разрезания симметричен относительно диагонали квадрата.



4. Различных вариантов разностей чисел может быть 18 – от 1 до 18. Имеется 8+7+6+5+4+3+2+1=36 разностей между девятью числами. На первый взгляд кажется, что их можно распределить по 18-ти вариантам разностей так, что к каждому варианту будет относиться ровно две разности (и значит, меньше трех), но это не так. Разность 18 может быть получена только в одном случае: 18 = 19 – 1. По оставшимся 17-ти вариантам разностей нужно распределить 35 разностей. Пусть для каждого варианта имеется по две разности, получаем всего 34 разности, и тогда есть хотя бы три разности одного варианта, то есть одинаковые

5. Занумеруем монеты: 1,2,3,4,5,6.
1) Взвешиваем монеты 1,2,3, и 4,5,6.

1.а) 1,2,3>4,5,6, значит среди 1,2,3 две фальшивые монеты, 4,5,6 - настоящие.
1.2) Взвешиваем 1,2,4 и 3,5,6.
1.2.а) 1,2,4=3,5,6, значит **3 - фальшивая.**
1.2.3) Взвешиваем 1,3,4 и 2,5,6.
1.2.3.а) 1,3,4=2,5,6, значит **2 - фальшивая!**
1.2.3.б) 1,3,4>2,5,6, значит **1 - фальшивая!**
1.2.б) 1,2,4>3,5,6, значит **1 и 2 - фальшивые!**

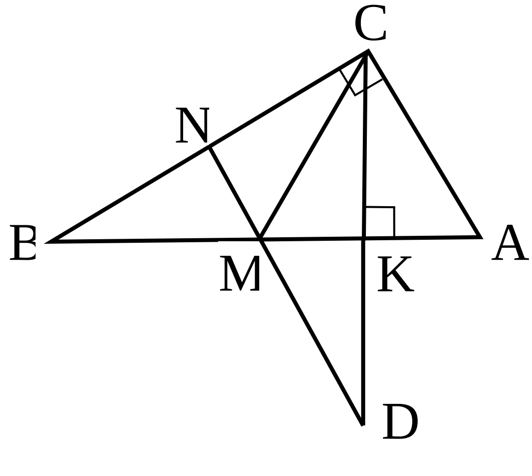
1.б) 1,2,3=4,5,6, значит в обоих кучках по одной фальшивой.
1.2) Взвешиваем 1,2,4 и 3,5,6.
1.2.а) 1,2,4>3,5,6, значит **4 - фальшивая**, 3,5,6 - настоящие, 1 или 2 - фальшивая.
1.2.3) Взвешиваем 1,4 и 3,5.
1.2.3.а) 1,4=3,5, значит 1 - настоящая, **2 фальшивая!**
1.2.3.б) 1,4>3,5, значит 2 - настоящая, 1 **фальшивая!**
1.2.б) 1,2,4=3,5,6, значит либо 3,4 - фальшивые, либо 3,4 - настоящие.
1.2.3) Взвешиваем 1,3,4 и 2,5,6.
1.2.3.а) 1,3,4=2,5,6, значит 2,3,4 - настоящие, **1 - фальшивая**, 5 или 6 - фальшивая.
1.2.3.4) Взвешиваем 3,4,6 и 1,2,5.
1.2.3.4.а) 3,4,6=1,2,5, значит **6 - фальшивая!**
1.2.3.4.б) 3,4,6<1,2,5, значит 5 **- фальшивая!**
1.2.3.б) 1,3,4>2,5,6, значит 3,4 - **фальшивые!**
1.2.3.в) 1,3,4<2,5,6, значит 1,3,4 - настоящие, 2 - **фальшивая**, 5 или 6 - фальшивая.
1.2.3.4) Взвешиваем 1,3,5 и 2,4,6.
1.2.3.4.а) 1,3,5=2,4,6, значит 5 **- фальшивая!**
1.2.3.4.б) 1,3,5<2,4,6, значит 6 **- фальшивая!**

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
8 класс

1. Чтобы дробь была целым числом необходимо, чтобы выполнялось условие: $3n+7= -1, 1, -2, 2, -5, 5, -10, 10$. Тогда $n= -2, -3, -4, 1$, других значений нет.
Ответ: $n= -2, -3, -4, 1$.

2. По условию запишем уравнение, где x - указанное число: $x^2-15=y^2$, y - целое число. Преобразуем уравнение и решим его в целых числах. $x^2 - y^2=15$, $(x-y)(x+y)=15$. Отсюда получаем восемь систем уравнений:
1), 2) $x-y=\pm1$, $x+y=\pm15$; 3), 4) $x-y=\pm15$, $x+y=\pm1$; 5), 6) $x-y=\pm3$, $x+y=\pm5$;
7), 8) $x-y=\pm5$, $x+y=\pm3$.
Решениями этих систем являются пары: (8,7), (-8,-7), (-8,7), (8,-7), (4,1), (-4,-1), (-4,1), (4,-1).
Ответ: есть такие числа: 8,-8,4,-4.

3. Пусть M - точка пересечения прямых DN и AB. Так как DN || AC, то угол MDK равен углу ACK как накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей. Треугольники ACK и MKD равны (углы MKD, AKC равны 90°, CK = KD, углы MDK, ACK равны). Значит AK = KM. Отсюда следует равенство треугольников ACK и MCK, по двум катетам, тогда CM = CA. Из того, что BK=3AK и AK=MK, следует, что AM=BM, а значит MN - средняя линия треугольника ABC. Так как MN - высота и медиана треугольника BMC, то CM=BM. Так как CM - медиана треугольника ABC, то CM=BM=MA, значит треугольник ACM - равносторонний, следовательно, угол A равен 60°, тогда угол B равен 30°.
Ответ: A=60°, B=30°.



4. Обозначим: x - число камней, принесенных в первый день, y - число камней, на которое увеличивается число камней, принесенных в предыдущий день.
В 10-й день Крузо принес $x+9y=21$ камень. Через 30 дней на берегу стало $30x+y(1+\ldots+29)=960$ камней. Решая полученную систему уравнений, получим $x=3$, $y=2$. Тогда за неделю Крузо принес $7x+21y=63$ камня.
Ответ: 63 камня.

5. Количество чисел - нечетное число, значит начинающий начинает и заканчивает игру, всего у него 16 ходов. Начинающий разделяет все числа на группы по остаткам от деления на 6, получается 6 групп: остатки 0,1,2,3,4,5. В группе с остатком 1 - 6 чисел, в остальных группах - по 5 чисел. Пара чисел в сумме делится на 6, если остатки от деления на 6 этих чисел в сумме дают 6 - это пары с остатками: 1 и 5, 2 и 4, 3 и 3, 0 и 0. Начинающий вычеркивает первое число произвольно из группы 1, далее он либо уравнивает количество чисел в каждой группе с остатками 1 и 5 или с остатками 2 и 4, если такие числа есть, либо делает четным количество оставшихся чисел в группах с остатками 0 или 3. При такой игре перед его последним ходом остается 3 числа, при этом возможны следующие варианты. Либо хотя бы два из чисел относятся одновременно к группе с остатком 0 или 3, тогда он вычеркивает третье число. Либо есть пара чисел, одно из которых относится к группе с остатком 1 (или 2), а второе - к группе с остатком 5 (или 4), тогда он вычеркивает третье число. Начинающий выигрывает.
Ответ: Карлсон может выиграть.

Решения задач
9 класс

1. Возьмем по 1000 кораблей из Тау Кита и Эпсилон Эридана и разобьем их на 500 пар, в каждую из которых войдет по одному кораблю из каждой базы. Для каждой такой пары расстояние, проходимое ей до портала, не зависит от расположения портала (конечно, его надо строить где-то на отрезке, соединяющем базы), но остались еще 1020 кораблей из Эпсилон. Значит, для минимизации расстояния, проходимого всеми кораблями, портал надо построить в Эпсилон Эридана.
2. Нет. Каждый ход увеличивает количество кучек ровно на 1. Независимо от последовательности ходов игроки должны сделать суммарно 126 ходов. Так как число 126 четное, Фродо выигрывает при любой игре – как своей, так и противника.
3. Куб натурального числа при делении на 7 может давать в остатке либо 0, либо 1, либо 6 (т. е. либо 0, либо ±1). Чтобы в этом убедиться, составим таблицу остатков (в верхней строке остаток от деления числа n, в нижней – числа n^3.

0	1	2	3	4	5	6
0	1	1	6	1	6	6

   При составлении таблицы было использовано свойство: произведение двух натуральных чисел при делении на какое-то число дает такой же остаток, как произведение их остатков. Поэтому сумма кубов двух чисел может давать в остатке 0, ±1, ±2. Число $10^{3n+1}=1000^n\cdot 10$ дает в остатке $(-1)^n\cdot 3=\pm 3$, и его нельзя представить в виде суммы двух кубов.
4. Выполним преобразования
   $$2(a^8+b^8+c^8)=(a^4+b^4+c^4)^2$$
   $$a^8+b^8+c^8-2a^4b^4-2a^4c^4-2b^4c^4=0$$
   $$(a^4+b^4-c^4)^2-4a^4b^4=0$$
   $$(a^4-2a^2b^2+b^4-c^4)(a^4+2a^2b^2+b^4-c^4)=0$$
   $$(a^2-b^2-c^2)(a^2-b^2+c^2)(a^2+b^2-c^2)(a^2+b^2+c^2)=0$$
   Последний множитель положительный, равенство нулю одного из первых трех означает требуемое.
5. Разобьем круг на 505 равных секторов. По принципу Дирихле в одном из этих секторов не менее 5 точек (2021 = 505*4+1). Пятиугольник с вершинами в этих точках имеет площадь, меньшую площади сектора: $\frac{1}{505}<\frac{1}{500}=0.002$.

Решения задач
10 класс

1. Предположим, что нашлись такие два числа x, y, что x+y=202, а xy делится на 202. Так как 202=2*101, то одно из чисел, например, x, делится на 2. Но тогда и y = 202-x также делится на 2. Аналогично оба x и y кратны 101. Значит, каждое из них не меньше 2*101 = 202, и их сумма больше 202. Противоречие.

2. Возьмем по 1000 кораблей из Тау Кита и Эпсилон Эридана и разобьем их на 500 пар, в каждую из которых войдет по одному кораблю из каждой базы. Для каждой такой пары расстояние, проходимое ей до портала, не зависит от расположения портала (конечно, его надо строить где-то на отрезке, соединяющем базы), но остались еще 1020 кораблей из Эпсилон. Значит, для минимизации расстояния, проходимого всеми кораблями, портал надо построить в Эпсилон Эридана.

3. Для любой черной клетки, не лежащей в центре квадрата, и любой белой клетки существует симметричная им пара из черной и белой клеток. Сумма двух векторов, порожденных каждой из пар, равна нулю. А для центральной клетки (она черного цвета) все выходящие из нее векторы разбиваются на пары с нулевой суммой, т.к. все белые клетки разбиваются на пары клеток, симметричных относительно центра квадрата.

4. Пусть I, O – центры вписанной и описанной окружностей данного треугольника ABC, точки P, Q симметричны I, O относительно стороны AC. Тогда из симметрии треугольников AIC, APC следует что угол APC = AIC = 180-IAC – ICA = 180 – 0.5(BAC+BCA)=180-0.5(180-ABC) = 90+0.5ABC. С другой стороны четырехугольник ABCP вписанный, поэтому APC + ABC = 180. Значит, 90+0.5ABC + ABC = 180, откуда ABC=60. Тогда центральный угол AOC = 2ABC = 120. Тогда AQC = 120 = 180 – ABC. Откуда получаем, что Q лежит на S.

5. Занумеруем вершины 5050-угольника числами от 1 до 5050 по часовой стрелке. После чего разобьем вершины на 1010 пятерок следующим образом: в первую пятерку выберем вершины с номерами 1, 1011, 2021, 3031 и 4041, во вторую — с номерами 2, 1012, 2022, 3032 и 4042 и т. д. Заметим, что вершины каждой пятерки образуют правильный пятиугольник. Покажем, что в какую-то пятерку попали по крайней мере 3 покрашенные вершины. Действительно, если в каждой пятерке не более двух покрашенных вершин, то всего покрашено не более 2020 вершин. Значит, найдутся 3 вершины, попавшие в одну пятерку. Они лежат в вершинах равнобедренного треугольника, так как в правильном пятиугольнике любые 3 вершины являются вершинами равнобедренного треугольника.

Решения задач
11 класс

1. Иван Иванович нашел несколько долларов, не более 10 штук. Доллары он поменял на рубли по 75 рублей за доллар. Затем он не более трех рублей потерял, а на остальные в магазине «Все по 33» купил несколько предметов по 33 рубля за каждый. Сколько предметов купил Иван Иванович, если на кассе ему дали 4 рубля сдачи?

Решение.

Пусть Иван Иванович нашел k долларов и n рублей потерял. Тогда, если он купил x предметов, получим уравнение:

$75k - n - 4 = 33x \;\Rightarrow\; 75k - 33x = n + 4.$

Левая часть последнего уравнения делится на 3, значит, делится и правая часть. Так как $n \le 3,\ \ n = 2$. Подставим найденное значение n в уравнение, поделим уравнение на 3 и выразим из него x:

$x = \dfrac{25k-2}{11} = 2k + \dfrac{3k-2}{11}.$

Так как x – целое, $3k-2$ должно делиться на 11. Перебирая значения $k \le 10$, находим $k = 8 \;\Rightarrow\; x = 18$.

Ответ: 18.

Замечания по проверке. Угадан ответ без обоснования – 0 баллов.

2. Числа $a^2, b^2,\ c^2$ различны и образуют арифметическую прогрессию. Доказать, числа $\dfrac{1}{b+c}, \dfrac{1}{a+c}, \dfrac{1}{a+b}$ тоже образуют арифметическую прогрессию.

Решение.

Из условия следует, что $c^2 - b^2 = b^2 - a^2$ или $(c-b)(c+b) = (b-a)(b+a)$. Поделим обе части последнего равенства на произведение $(a+b)(b+c)(a+c)$ (не равное нулю, так как $a^2, b^2,\ c^2$ различны):

$$\frac{c-b}{(a+b)(a+c)} = \frac{b-a}{(b+c)(a+c)}. \qquad (1)$$

Заметим, что левая часть равенства (1) равна $\dfrac{1}{a+b} - \dfrac{1}{a+c}$, а правая – $\dfrac{1}{a+c} - \dfrac{1}{b+c}$, что и доказывает утверждение.

Замечания по проверке. Возможны другие верные решения

3. Найти все тройки $(x;\,y;\,z)$ действительных чисел, удовлетворяющих системе:

$$\begin{cases} y^2+12x\sqrt{y}+18x^2=0, \\ 4x^2=6xyz-9z^2. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} y^2+12x\sqrt{y}+18x^2=0, & (1) \\ 4x^2=6xyz-9z^2. & (2) \end{cases}$$

Из (1) получаем: $x=0 \Leftrightarrow y=0,$ из (2) – $x=0 \Leftrightarrow z=0.$ Значит, либо $x=y=z=0,$ либо $xyz \neq 0.$

Пусть $xyz \neq 0.$ Рассматривая уравнение (1) как квадратное относительно x, для дискриминанта получим оценку:

$$\frac{D}{4}=36y-18y^2=18y(2-y)\geq 0 \Rightarrow y\in(0;2]. \qquad (3)$$

$4x^2+9z^2-12|xz|=(2|x|-3|z|)^2\geq 0.$ Поэтому из (2) будем иметь:

$4x^2+9z^2=6xyz\geq 12|xz|$. Так как $y>0,$ не может быть $xz<0 \Rightarrow xz>0$ и $y\geq 2.$ Вместе с условием (3) получаем $y=2.$ Подставим в (1):

$2(3x+\sqrt{2})^2=0 \Rightarrow x=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}.$ Равенство (2) примет вид:

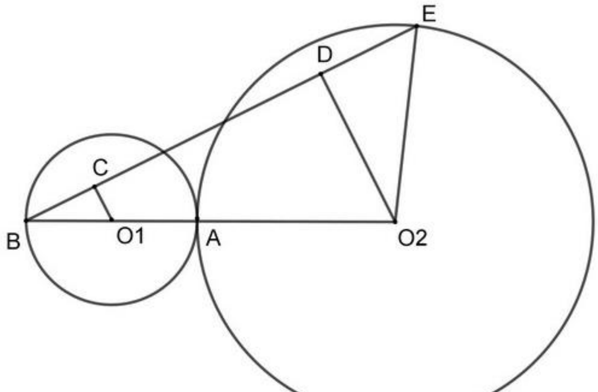
$$9z^2+4\sqrt{2}z+\frac{8}{9}=0 \Rightarrow \left(3z+\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2=0 \Rightarrow z=-\frac{2\sqrt{2}}{9}.$$

Ответ: (0; 0; 0), $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{3};\, 2;\, -\dfrac{2\sqrt{2}}{9}\right)$.

Замечания по проверке. Найден только ответ (0; 0; 0) – 0 баллов. Доказано, что $y\in(0;\,2]$ – 1 балл. Найдено решение $y=2$ – 2 балла.

4. Окружности O_1 и O_2 касаются друг друга внешним образом в точке A, отрезок AB – диаметр O_1. Длины отрезков, отсекаемых окружностями на некоторой прямой, проходящей через точку B, равны 2, 3 и 4, считая от точки B. Найти радиусы окружностей.

Решение.



Пусть BE – данная секущая, C и D – проекции на нее точек O_1 и O_2 соответственно. Из условия задачи следует, что BC = 1, BD = 7, DE = 2. Положим $BO_1=x,\ \ AO_2=y,$ тогда $BO_2=BA+AO_2=2x+y$. Из прямоугольных треугольников BO_2D и DO_2E имеем:

$O_2B^2 - BD^2 = (2x+y)^2 - 49 = O_2D^2 = O_2E^2 - DE^2 = y^2 - 4,$ или

$(2x+y)^2 - 49 = y^2 - 4.$ (1)

Из подобия треугольников O_1BC и O_2BD вытекает, что $\dfrac{2x+y}{x} = 7,$ т. е. $y = 5x$.

Подставив это значение в (1), находим $x^2 = \dfrac{15}{8}.$ Следовательно,

$x = \dfrac{\sqrt{30}}{4}, \quad y = \dfrac{5\sqrt{30}}{4}.$

Ответ: $\dfrac{\sqrt{30}}{4}, \dfrac{5\sqrt{30}}{4}.$

Замечания по проверке. Получено уравнение (1) либо аналогичное – 1 балл.

5. Заданы вещественные числа $a_1, a_2, ..., a_{12}$ из интервала (2; 24). Доказать, что можно выбрать три различных индекса *i*, *j*, *k* таких, что числа a_i, a_j, a_k являются длинами сторон некоторого остроугольного треугольника.

Решение.

Получим необходимое и достаточное условие того, что из отрезков с длинами $a \le c,\ b \le c$ можно составить остроугольный треугольник. Из правила треугольника и того, что треугольник остроугольный, будем иметь:

$$\begin{cases} a+b>c, \\ a^2+b^2>c^2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+2ab+b^2>c^2, \\ a^2+b^2>c^2; \end{cases} \Leftrightarrow \ a^2+b^2>c^2.$$

Будем считать, что числа $a_1, a_2, ..., a_{12}$ идут в порядке неубывания и предположим, что требуемой тройки чисел не найдется, то есть выполнены неравенства:

$a_1 \le a_2 \le ... \le a_{12},\ a_1^2 + a_2^2 \le a_3^2,\ a_2^2 + a_3^2 \le a_4^2, ..., a_{10}^2 + a_{11}^2 \le a_{12}^2.$

Далее последовательно получаем:

$a_1 > 2, a_2 > 2 \ \Rightarrow\ a_1^2 > 4,\ a_2^2 > 4,\ a_3^2 \ge a_1^2 + a_2^2 > 8,\ a_4^2 > 12,\ a_5^2 > 20,\ a_6^2 > 32,$

$a_7^2 > 52,\ a_8^2 > 84,\ a_9^2 > 136,\ a_{10}^2 > 220,\ a_{11}^2 > 356,\ a_{12}^2 > 576 \Rightarrow\ a_{12} > 24.$

Последнее неравенство противоречит условию принадлежности чисел интервалу (2; 24).