

**БЛАНК ЗАДАНИЙ**  
**муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников**  
**по математике**  
**Регион Кемеровская область-Кузбасс 2022/23 уч. год**  
**7 класс**  
*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретическое задания.

- Время на выполнение заданий – 235 минут;
- Титульный лист бланка ответа на тесты подписывается школьником разборчивым почерком с указанием Ф.И.О. участников в именительном падеже, на самом бланке пометки не допускаются.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- Не спеша, внимательно прочитайте задание и уясните суть вопроса;
  - После выполнения всех предложенных заданий еще раз проверьте правильность ваших ответов;
  - Не позднее чем за 20 минут до окончания времени работы начните переносить решение задач в бланк ответов;
  - Если потребуется корректировка ответа, то неправильный вариант ответа зачеркните крестиком и рядом напишите новый;
  - Размер максимального балла за каждую задачу - 7;
  - Общий результат по итогам теоретического тура оценивать путем сложения баллов, полученных участниками за каждую задачу (максимальное количество баллов – 35).
- Задание считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

### Задача 1

Число 16 разложили в сумму пяти различных натуральных чисел. Найдите эти числа, а также докажите, что других вариантов нет.

### Задача 2

На острове живут только Рыцари, которые всегда говорят правду, и Лжецы, которые всегда лгут. В книжном клубе на этом острове – шесть человек. Если каждому из них задать вопрос «Кто председатель вашего клуба?», – то двое скажут, что это Рыцарь, а остальные четверо, – что это Лжец.

Если же спросить у них: «Сколько Рыцарей в составе вашего клуба?», – двое скажут «Больше одного», еще двое – «Больше двух», а оставшиеся двое – «Больше трех».

Сколько Рыцарей в составе книжного клуба?

### Задача 3

Мартышка и Попугай составляют магический квадрат  $3 \times 3$ . В таком квадрате должны быть ровно по одному разу использованы числа от 1 до 9. При этом суммы чисел на каждой горизонтали, вертикали и двух диагоналях одинаковы. Мартышка записала число 2 в правый верхний угол квадрата, а Попугай – число 3 в соседнюю по стороне клетку. Смогут ли теперь Мартышка и Попугай составить магический квадрат? Объясните почему.

### Задача 4

Снусмумрик разрезал прямоугольный торт  $10 \times 11$  см. на одинаковые квадратные кусочки со стороной 1 см и съел один кусочек. Хемуль начинает есть торт по следующему правилу: он может съесть любой кусочек, если рядом с этим кусочком уже съедено нечетное число других кусочков (кусочки находятся рядом, если они соседние по стороне). Сможет ли Хемуль есть торт таким образом, чтобы доесть его полностью, независимо от того какой кусочек был съеден Снусмумриком? Если ответ «нет», объясните почему. Если ответ «да», покажите каким образом.

### Задача 5

Кошки и мышки ходят учиться в школу и занимаются в соседних классах. Кошек 36, а мышек всего 15. Парты в классах стоят рядами, и количество рядов одно и то же во всех классах. Однажды директор заметил, что как бы ни рассаживались кошки в своем классе, всегда найдется ряд, в котором сидят по крайней мере 3 кошки. И как бы ни рассаживались мышки в своем классе, по крайней мере 2 ряда останутся пустыми. Сколько рядов парт в каждом классе?

**БЛАНК ЗАДАНИЙ**  
**муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников**  
**по математике**

**Регион Кемеровская область-Кузбасс 2022/23 уч. год**

**8 класс**

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретическое задания.

- Время на выполнение заданий – 235 минут;
- Титульный лист бланка ответа на тесты подписывается школьником разборчивым почерком с указанием Ф.И.О. участников в именительном падеже, на самом бланке пометки не допускаются.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- Не спеша, внимательно прочитайте задание и уясните суть вопроса;
- После выполнения всех предложенных заданий еще раз проверьте правильность ваших ответов;
- Не позднее чем за 20 минут до окончания времени работы начните переносить решение задач в бланк ответов;
- Если потребуется корректировка ответа, то неправильный вариант ответа зачеркните крестиком и рядом напишите новый;
- Размер максимального балла за каждую задачу - 7;
- Общий результат по итогам теоретического тура оценивать путем сложения баллов, полученных участниками за каждую задачу (максимальное количество баллов – 35).

Задание считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

### Задача 1

В турнире КВН принимает участие 2022 человека из 9 команд. Каждый участник носит номер своей команды – число от 1 до 9. Когда всех участников игры выстроили в случайном порядке в одну длинную шеренгу, оказалось, что каждое двузначное число, которое получается из номеров подряд идущих участников (например, если рядом стоят два участника – первый с номером 4, а второй с номером 8, то получается двузначное число 48), можно разделить нацело либо на 19, либо на 21. Последний участник в шеренге имеет номер 5. Какой номер носит участник, который стоит первым?

### Задача 2

За мороженым стоят две очереди, в каждой из них – жирафы и пингвины. Поскольку мороженное продается рядом с кинотеатром, то, как только из кинотеатра выходит очередной жираф или пингвин, он тут же присоединяется к одной из этих двух очередей. Интересно отметить, что за все время ни в одной, ни в другой очереди не оказывалось двух стоящих друг за другом пингвинов или двух стоящих друг за другом жирафов. Двадцатый и двадцать первый вышедшие из кинотеатра любители мороженого были пингвинами, а тридцать пятый – жирафом. Кто подошел тридцать шестым, жираф или пингвин?

### Задача 3

На столе находятся 16 стаканов с молоком. Разрешается выбрать любые два стакана и перелить из одного стакана молоко в другой стакан так, чтобы количество молока в обоих стаканах было одинаковым. Можно ли за несколько таких действий сделать так, чтобы во всех 16 стаканах было поровну молока?

### Задача 4

В Муми-долл пришла весна, и все его обитатели роют норки. Муми-тролль и Хемуль роют каждый день по 2, 3 или 4 норки. Дней, когда Муми-тролль вырыл 2 норки, столько же сколько дней, когда Хемуль вырыл 3 норки. Дней, когда Муми-тролль вырыл 3 норки, столько же сколько дней, когда Хемуль вырыл 4 норки. А дней, когда Муми-тролль вырыл 4 норки, столько же сколько дней, когда Хемуль вырыл 2 норки. При этом среднее количество вырытых норок в день у них одинаково. Найдите сколько всего дней Муми-тролль рыл по 4 норки, если известно, что всего их работа продолжалась 42 дня.

### Задача 5

Мартышка любит ходить в гости к слонам и попугаям. У попугаев можно поменять 2 банана на 9 кокосов, а у слонов 1 кокос меняют на 10 бананов. Первоначально у мартышки есть 3 банана. Может ли в результате таких обменов число бананов и кокосов сравняться?

**БЛАНК ЗАДАНИЙ**  
**муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников**  
**по математике**

**Регион Кемеровская область-Кузбасс 2022/23 уч. год**

**9 класс**

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретическое задания.

- Время на выполнение заданий – 235 минут;
- Титульный лист бланка ответа на тесты подписывается школьником разборчивым почерком с указанием Ф.И.О. участников в именительном падеже, на самом бланке пометки не допускаются.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- Не спеша, внимательно прочитайте задание и уясните суть вопроса;
- После выполнения всех предложенных заданий еще раз проверьте правильность ваших ответов;
- Не позднее чем за 20 минут до окончания времени работы начните переносить решение задач в бланк ответов;
- Если потребуется корректировка ответа, то неправильный вариант ответа зачеркните крестиком и рядом напишите новый;
- Размер максимального балла за каждую задачу - 7;
- Общий результат по итогам теоретического тура оценивать путем сложения баллов, полученных участниками за каждую задачу (максимальное количество баллов – 35).

Задание считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

### Задача 1

Известно, что  $a, b$  – натуральные, причем оба числа  $a + b$  и  $a^2 + b^2$  делятся на 14. Докажите, число  $ab$  делится на 49.

### Задача 2

На доске написаны 2023 нечетных числа. Петр вычислил их среднее арифметическое, а Василий упорядочил эти числа по убыванию и выбрал число, записанное на 1008 месте. Может ли получиться, что разность между числом Петра и числом Василия будет равна  $\frac{1019}{2023}$ ?

### Задача 3

За круглым столом сидят мартышки и попугаи, всего не более 30 участников. Известно, что число пар соседей, относящихся к одному виду, совпадает с числом пар соседей, относящихся к разным видам. При этом  $\frac{3}{7}$  от общего числа участников сидят напротив участников того же вида. Сколько всего участников сидело за столом?

### Задача 4

На доске  $2022 \times 101$  происходит следующая игра. Ход состоит в том, чтобы отметить по линии сетки квадрат любого размера и закрасить все его клетки. Каждую клетку можно закрасить только один раз. Выигрывает закрасивший последнюю клетку. Кто выигрывает при правильной игре?

### Задача 5

В каждой клетке таблицы размером  $9 \times 9$  записано одно из натуральных чисел от 1 до 17. Раскрасим в красный цвет клетку, если в наборе из 17 чисел, записанных в ней самой и в каждой клетке в одной с ней строке и в одном с ней столбце, нет одинаковых? Могут ли оказаться покрашенными все клетки одной из главных диагоналей?

**БЛАНК ЗАДАНИЙ**  
**муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников**  
**по математике**

**Регион Кемеровская область-Кузбасс 2022/23 уч. год**

**10 класс**

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

- Время на выполнение заданий – 235 минут;
- Титульный лист бланка ответа на тесты подписывается школьником разборчивым почерком с указанием Ф.И.О. участников в именительном падеже, на самом бланке пометки не допускаются.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- Не спеша, внимательно прочитайте задание и уясните суть вопроса;
- После выполнения всех предложенных заданий еще раз проверьте правильность ваших ответов;
- Не позднее чем за 20 минут до окончания времени работы начните переносить решение задач в бланк ответов;
- Если потребуется корректировка ответа, то неправильный вариант ответа зачеркните крестиком и рядом напишите новый;
- Размер максимального балла за каждую задачу - 7;
- Общий результат по итогам теоретического тура оценивать путем сложения баллов, полученных участниками за каждую задачу (максимальное количество баллов – 35).

Задание считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

1. Ваня написал в тетради числа 21 и 22. Затем Ваня и Сергей по очереди дописывают к уже написанным в тетради числам число, равное сумме любых двух из уже написанных. Может ли среди написанных чисел оказаться число 2022?

2. На промежутке  $(0; 2\pi]$  найдите два решения уравнения  $\left(\frac{4}{3}\right)^{\sin x} - \cos x = 0$ .

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены медиана  $AK$ , высота  $BH$  и биссектриса  $CM$ . При этом оказалось, что  $\angle ACM = \angle BAK = \angle CBH$ . Какие углы мог иметь треугольник  $ABC$ ?

4. В турнире по волейболу шесть команд, сыгравшие каждая с каждой по одному разу, набрали 13, 9, 9, 7, 6, 6 очков. За победу в матче выигравшей команде начислялось 4 очка. При игре вничью обе команды получали одинаковое целое число очков, меньшее 4. Сколько игр в турнире было сыграно вничью?

5. По кругу расставлены 100 чисел от 1 до 50, каждое – ровно по два раза. Можно ли разбить все числа на две группы так, чтобы все числа в каждой группе были различны, и каждое число находилось бы в одной группе не более чем с одним своим соседом.



**БЛАНК ЗАДАНИЙ**  
**муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников**  
**по математике**

**Регион Кемеровская область-Кузбасс 2022/23 уч. год**

**11 класс**

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

- Время на выполнение заданий – 235 минут;
- Титульный лист бланка ответа на тесты подписывается школьником разборчивым почерком с указанием Ф.И.О. участников в именительном падеже, на самом бланке пометки не допускаются.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- Не спеша, внимательно прочитайте задание и уясните суть вопроса;
- После выполнения всех предложенных заданий еще раз проверьте правильность ваших ответов;
- Не позднее чем за 20 минут до окончания времени работы начните переносить решение задач в бланк ответов;
- Если потребуется корректировка ответа, то неправильный вариант ответа зачеркните крестиком и рядом напишите новый;
- Размер максимального балла за каждую задачу - 7;
- Общий результат по итогам теоретического тура оценивать путем сложения баллов, полученных участниками за каждую задачу (максимальное количество баллов – 35).

Задание считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

1. Касательная к графику функции  $y = -2x^2 + 1$  пересекает координатные оси  $Ox$  и  $Oy$  в точках  $A$  и  $B$  так, что  $OA = OB$ . Найдите длину отрезка  $AB$ .
2. Существует ли многочлен  $P(x)$  с целыми коэффициентами такой, что  $P(0)=2022$ ,  $P(2)=2023$ ?
3. Существует ли такое число  $x$ , что все три числа  $\sqrt{x^2 + 17} - \sqrt{x^2 + 3}$ ;  $x - \sqrt{x^2 + 17}$ ;  $\sqrt{x^2 + 3} - \frac{3x}{2}$  являются целыми?
4. В треугольной пирамиде угол наклона каждой боковой грани к основанию равен  $60^\circ$ . Две боковые грани имеют площади 5, 5, площадь основания 8. Найдите объем пирамиды.
5. Есть четыре кучки камней: в первой из них лежит 2 камня, во второй – 5 камней, в третьей - 7 камней, в четвертой – 9 камней. Двое играют в игру, ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять один камень из любой кучки, либо взять по одному камню из любых двух кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть в этой игре независимо от ходов соперника?