

## **Методические рекомендации по решению текстовых задач по математике при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ**

Задача — проблемная ситуация с явно заданной целью, которую необходимо достичь; в более узком смысле задачей также называют саму эту цель, данную в рамках проблемной ситуации, то есть то, что требуется сделать.

### **Процесс решения задачи:**

#### ***1. Анализ содержания задачи.***

Цель – понять, выделить величины, отношения, зависимости.

Приемы выполнения этапа – разбиение на смысловые части, перефразирование (разъяснение слов, замена терминов, убрать несущественные слова), моделирование, таблица.

#### ***2. Поиск плана решения.***

Цель – установить зависимость и связь между данными и искомыми.

Приемы выполнения этапа: по модели.

#### ***3. Выполнение плана решения задачи.***

Цель – выполнение плана.

Приемы выполнения этапа: по действиям, с вопросами, с пояснением, уравнением и т.д.

#### ***4. Проверка.***

Цель – связь с условием задачи.

Приемы выполнения этапа: модель – это в некотором смысле копия, она может быть упрощена и позволяет лучше, полнее изучать оригинал.

Модель строят на 1-м этапе решения задачи для того, чтобы понять задачу.

Модели бывают 3-х видов:

#### **1) вещественные (предметные) состоящие из:**

- оригиналов (тетради, карандаши, конфеты...);
- копий, внешне похожих на оригиналы (утята, котята, огурцы...);
- фишек без сохранения сходства с оригиналами. При вещественном моделировании выполняются конкретные действия руками.

#### **2) знаковые (схема);**

#### **3) графические (рисунок и чертеж).**

Методы решения задач: арифметический, алгебраический, графический, практический, логический, смешанный, табличный.

### **Поиск плана решения задач**

Существуют 2 вида разбора задач: синтетический (рассуждения надо вести от данных задач к ее вопросу), аналитический (от вопроса задачи – к данным).

При *аналитическом способе* решения задачи выясняется, что нужно предварительно узнать, чтобы ответить на вопрос задачи. Чтобы помочь детям вести рассуждения аналитическим способом, можно использовать прием, называемый “деревом рассуждений”. Суть его состоит в том, что по ходу рассуждений строится схема, которая помогает увидеть, какие простые задачи следует выделить и каким будет план решения данной составной задачи.

*Синтетический способ* характеризуется тем, что основным вопросом при поиске решения задачи является вопрос о том, что можно найти по двум или нескольким известным в тексте задачи числовым значениям. По вновь полученным числовым значениям и другим известным в задаче данным вновь ищется ответ на вопрос, что можно узнать по этим значениям. И так до ответа на вопрос составной задачи. Иными словами, суть этого способа состоит в вычленении простой задачи из предложенной составной и решении ее.

### **Задачи на движение.**

Данный вид задач наиболее часто встречаются в КИМах за курс основной школы (во второй части) и средней школы (профильный и базовый уровень).

Примеры задач:

1. 2018 год ОГЭ. Задании № 22 требовалось решить текстовую задачу, описывающую процесс движения:

Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 40 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 92 км, скорость первого велосипедиста равна 30 км/ч, скорость второго – 12 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

*Решение.*

За то время, пока первый велосипедист делал остановку, второй велосипедист проехал  $12 \cdot \frac{40}{60} = 8$  км.

Всё остальное время они одновременно находились в пути  $\frac{92-8}{30+12} = 2$  ч .  
Значит, второй велосипедист за это время проехал  $12 \cdot 2 = 24$  км.

Таким образом, суммарно он проехал 32 км.

*Ответ:* 32 км.

Решение текстовых задач традиционно вызвало трудности даже у «сильных» учащихся. Этому соответствуют и результаты выполнения задач. Задача легко решается и методом составления уравнения. Для составления уравнения не требуется переформулирования или интерпретации условия, уравнение составляется «впрямую», по ходу чтения задачи и является линейным. Часть выпускников правильно решало задачу, составляя схемы. В данном задании неверные ответы учащихся были из-за неумения правильно составить математическую модель задачи, а также из-за ошибок в вычислениях. Проблема текстовых задач отмечалась не раз, она требует пристального внимания и является проблемой методического характера.

2. Задача на составление дробно рационального уравнения.

**1.1.1.** Из «А» в «В» одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в «В» одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**Решение: Приём решения:** всё расстояние берём за  $S$  или за единицу.

Пусть весь путь  $S$  км и  $x$  км/ч ( $x > 0$ ,  $x \neq 13$ ) – скорость первого автомобилиста, тогда:

$(x - 13)$  км/ч – скорость второго автомобилиста на первой половине пути;

$\frac{S}{x}$  ч – время движения первого автомобилиста;

$\frac{S}{2(x-13)}$  ч – время, за которое вторым автомобилистом пройдена первая половина пути;

$\frac{S}{78}$  ч – время, за которое второй автомобилист пройдет вторую половину пути.

Математическую модель можно составить, используя таблицу 2.

Таблица 2

	Путь, $S$ (км)	Скорость, $v$ (км/ч)	Время, $t$ (ч)
<b>I</b>	$S$	$x$	$\frac{S}{x}$
<b>II</b>	$0,5 S$	$x-13$	$\frac{0,5S}{x-13}$
<b>III</b>	$0,5 S$	$78$	$\frac{0,5S}{78}$

Так как в пункт назначения автомобилисты прибыли одновременно, то получаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{S}{x} &= \frac{0,5S}{x-13} + \frac{0,5S}{78}; \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{2(x-13)} - \frac{1}{156} &= 0; \\ -x^2 + 91x - 156 \cdot 13 &= 0; \\ x^2 - 91x + 156 \cdot 13 &= 0; \end{aligned}$$

$$D = 91^2 - 156 \cdot 13 \cdot 4 = 91 \cdot 91 - 156 \cdot 13 \cdot 4 = 13 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 7 - 413 \cdot 12 \cdot 13 = 13^2(49 - 48) = 13^2;$$

$$x_1 = \frac{91+13}{2} = \frac{104}{2} = 52. \quad x > 48.$$

**Ответ:** 52 км/ч.

1.1.2. Из «А» в «В» одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй автомобилист проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 16 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 96 км/ч, в результате чего прибыл в «В» одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 57 км/ч. Ответ дайте в км/ч. [64 км/ч]

1.1.3. Из «А» в «В» одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 42 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, на 28 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в «В» одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста. Ответ дайте в км/ч. [56 км/ч]

1.1.4. Из «А» в «В» одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 27 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью, на 18 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в «В» одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста. Ответ дайте в км/ч. [36 км/ч]

### 3. Задачи на нахождение средней скорости.

На экзамене по математике вам может также встретиться задача о нахождении средней скорости. Запомним, что средняя скорость не равна среднему арифметическому скоростей. Она находится по специальной формуле:

$$v_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{общее}}}{t_{\text{общее}}}$$

$$\text{Если участков пути было два, то } v_{\text{средняя}} = \frac{s_1 + s_2}{(t_1 + t_2)}$$

**Решение:** Обозначим весь путь за  $S$  км, тогда путешественник:

$$\frac{S}{20} \text{ ч} - \text{плыл на яхте;}$$

$$\frac{S}{480} \text{ ч} - \text{летел на самолете,}$$

$$\frac{S}{20} + \frac{S}{480} = \frac{25S}{480} \text{ (ч)} - \text{затратил на всё путешествие,}$$

$$2S: \frac{25S}{480} = \frac{2S \cdot 480}{25S} = 38,4 \text{ (км/ч)}$$

**Ответ:** 38,4 км/ч

**1.10.2.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью  $67 \text{ км/ч}$ , а вторую половину времени – со скоростью  $85 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $57 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.3.** Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью  $24 \text{ км/ч}$ . Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью  $456 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $45,6 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.4.** Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью  $18 \text{ км/ч}$ . Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью  $414 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $34,5 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.5.** Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью  $120 \text{ км/ч}$ , вторую треть – со скоростью  $45 \text{ км/ч}$ , а последнюю – со скоростью  $40 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $54 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.6.** Первые два часа автомобиль ехал со скоростью  $55 \text{ км/ч}$ , следующий час – со скоростью  $50 \text{ км/ч}$ , а затем два часа – со скоростью  $40 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $48 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.7.** Первые два часа автомобиль ехал со скоростью  $120 \text{ км/ч}$ , следующие два часа – со скоростью  $85 \text{ км/ч}$ , а затем три часа – со скоростью  $50 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $80 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.8.** Первый час автомобиль ехал со скоростью  $80 \text{ км/ч}$ , следующие два часа – со скоростью  $65 \text{ км/ч}$ , а затем один час – со скоростью  $50 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $60 \text{ км/ч}$ ]

**1.10.9.** Первые три часа автомобиль ехал со скоростью  $110 \text{ км/ч}$ , следующие три часа – со скоростью  $60 \text{ км/ч}$ , а затем один час – со скоростью  $50 \text{ км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ . [ $80 \text{ км/ч}$ ]