

## Математика 2023-24

### 7 класс

1. У фермера есть поле треугольной формы со сторонами 2023, 2024 и 2025 метров. Фермер захотел построить забор вокруг этого поля, и поэтому собирается поставить по его периметру, начиная с углов, столбики на расстоянии 1 м друг от друга. Определите, сколько потребуется столбиков.
2. Трое мальчиков – Паша, Виктор и Терентий – отправились за грибами. Паша утверждает, что нашел половину всех собранных грибов, а Виктор говорит, что нашел на 11 грибов меньше, чем Паша и Терентий вместе. Возможно ли это? Ответ объясните.
3. За круглым столом сидят несколько человек – рыцари и лжецы. На вопрос «кто Ваш сосед справа?» среди любых трех подряд сидящих, ровно двое ответили «Рыцарь», и ровно один – «Лжец». Сколько всего рыцарей сидело за круглым столом, если ответов «Лжец» прозвучало 30?
4. Если к двузначному числу  $n$  прибавить сумму его цифр, получится число, кратное 3. А если от числа  $n$  отнять сумму его цифр, получится число, кратное 4. Найдите число  $n$ , если известно, что среди его делителей нет ни одного квадрата. Укажите все варианты.
5. Восемь Снусмумриков и восемь Хемулей играли в чехарду на квадратном поле размером  $4 \times 4$ . В какой-то момент каждый из них занял ровно одну клетку поля. Докажите, что есть либо две строки, либо два столбца поля с одинаковым количеством Снусмумриков на них.

## Математика 2023-24

### 8 класс

1. Решите уравнение в натуральных числах

$$x^2 - 3x + xy - 3y = 6.$$

2. Про натуральные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $\frac{\text{НОД}(a+b, a-b)}{\text{НОД}(a, b)} = 2023$ .

Докажите, что  $\frac{a+b}{\text{НОД}(a, b)}$  – целое нечетное число.

3. В круговом турнире (каждая команда играет с каждой) приняли участие 4 команды. За поражение в игре команде присуждается 1 очко, за ничью – 0.5, проигравшая команда очков не получает. Оказалось, что команда, занявшая первое место, набрала 3 очка, а команды, занявшие 3 и 4 места набрали одинаковое количество очков, отличное от числа очков команды, занявшей второе место. Сколько очков набрала команда, занявшая второе место?

4. В треугольнике  $ABC$  провели биссектрису  $AK$  и выбрали точку  $F$  на стороне  $AB$  так, что  $KF$  является биссектрисой угла  $AKB$ . Точка  $M$  – середина стороны  $AC$ . Найдите угол  $AMF$ , если известно, что  $AK=KC$ , а длина отрезка  $KM$  в два раза меньше длины  $FM$ .

5. На клетчатом поле  $4 \times 4$  находятся 16 человек (по одному в каждой клетке), каждый из которых является рыцарем или лжецом. Лжецы всегда врут, а рыцари всегда говорят правду. Какое наибольшее количество рыцарей можно разместить на этом поле, если каждый из присутствующих заявил: «среди моих соседей есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец»? Соседними считаются клетки с общей стороной.

## Математика 2023-24

### 9 класс

#### Условия задач

1. Решите в натуральных числах уравнение  $x^2 - y^2 = 2023$ .
2. Диагональ трапеции перпендикулярна боковой стороне и является биссектрисой одного из углов трапеции. Найдите отношение длин оснований трапеции.
3. Найдите площадь четырехугольника, все вершины которого имеют целочисленные координаты, удовлетворяющие условию  $x^2 + y^2 = 8y - 6x - 24$ .
4. На стене висят двое часов. Первые часы идут вперед на одну минуту в каждый час. Вторые часы отстают от первых на одну минуту в час. В полдень на первых и вторых часах поставили точное время. Какое время будут показывать вторые часы через сутки?
5. Крокодил Гена и Чебурашка играют в следующую игру. Есть кучка камней. Чебурашка каждым своим ходом берет либо 1, либо 5 камней. Гена каждым своим ходом берёт  $x$  или  $y$  камней. Ходят по очереди, начинает Чебурашка. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Какие значения должны принимать  $x$  и  $y$ , чтобы при любом начальном количестве камней, при любой игре Гены Чебурашка всегда мог бы играть так, чтобы выиграть?

## Математика 2023-24

### 10 класс

#### Условия задач

1. Даны отрезки длины  $1, 2, 3, \dots, 21, 22, 23$ . Можно ли, используя все эти отрезки, составить куб?

2. Укажите все пары  $(x; y)$ , для которых выполняется равенство  $(x^{2024}+1)(y^{2024}+1)=4x^{1012}y^{1012}$ .

3. Длины двух высот треугольника равны 10 см и 8 см. Какие значения может принимать длина третьей высоты?

4. Задана таблица:

	0		
2			
			3
		2	

Можно ли в свободные клетки таблицы вписать какие-то числа так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце стояла арифметическая прогрессия?

5. На ферме живут: 6 человек (1 голова, 2 ноги), гуси (1 голова, 2 ноги, 2 крыла), козы (1 голова и 4 ноги) и пегасы (1 голова, 4 ноги и 2 крыла). Однажды несколько жителей фермы с живностью вышли на прогулку. Оказалось, что ушло  $\frac{1}{3}$  всех голов,  $\frac{1}{4}$  всех крыльев и  $\frac{1}{5}$  всех ног. Сколько гусей и коз вместе живет на ферме?

## Математика 2023-24

### 11 класс

#### Условия задач

1. Решите уравнение в целых числах  $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = \sqrt{80}$ .
2. К описанной окружности около треугольника ABC в точках A и B проведены касательные, пересекающиеся в точке E. На стороне BC взята точка F такая, что углы EAB и EFA равны. Докажите, что треугольник AFC - равнобедренный.
3. Веревку длиной 10 метров разрезали на 13 частей. Длина каждой части не более x метров. Найти значения x, при которых из любых трех отрезанных частей веревки можно составить треугольник.
4. Чебурашка и крокодил Гена играют в игру. Сначала записали на доску взаимно простые натуральные числа x и y. Далее они дописывают на доску либо сумму любых двух из написанных чисел, умноженную на 5, либо произведение любых двух из написанных чисел, умноженное на 5. Чебурашка утверждает, что на доске можно таким образом написать квадрат натурального числа при любых начальных x и y. А Гена так не считает. Кто из них прав?
5. Можно ли вырезать из квадрата со стороной 10 см четыре куса, каждый из которых является четвертью круга радиуса 5,1 см.