Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе

Теоретический тур

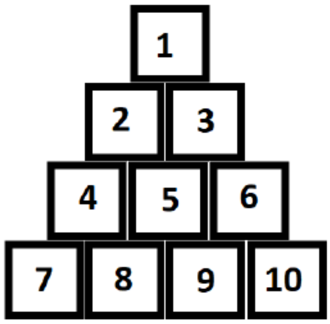
7 класс

Максимальное количество баллов - 35.
Время выполнения - 235 минут.
Краткая инструкция.
Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.
Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).
При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.
После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Бланк заданий

1. Однажды половина всех мальчиков и $\frac{3}{5}$ всех девочек параллели отправились в библиотеку, а остальные пошли в кино. При этом учительница расставила всех ребят, пошедших в библиотеку, по парам мальчик-девочка. В параллели было 55 детей, а сколько из них оказалось в библиотеке?

2. Из десяти кубиков сложена фигура как показано на рисунке. Каждый кубик соприкасается со своими соседями. Например, у кубика с цифрой «4» соседями являются кубики с цифрами «2», «5», «7», «8». Необходимо собрать эту же пирамиду заново таким образом, чтобы ни один кубик не соприкасался ни с одним своим старым соседом.



3. Малыш и Карлсон решили устроить соревнование – кто быстрее доберется от дома Малыша до ближайшего магазина, двигаясь по прямой. Конечно, Карлсон сжульничал, и включил пропеллер, то есть он летел вместо того чтобы бежать, а ведь летит он в три раза быстрее, чем бегает. Поэтому, когда Карлсон долетел до магазина, Малыш добежал только до фонарного столба в 20 метрах от магазина. Но если бы Карлсон бежал честно, не включая пропеллер, то он добежал бы всего лишь до художественного музея в тот момент, когда Малыш был у фонарного столба. Сколько метров заняла вся дистанция от дома Малыша до магазина, если известно, что художественный музей находится в 40 метрах от магазина?

4. У дракона 2024 головы. У богатыря есть несколько видов оружия разной силы. Если обычным мечем срубить дракону 1 голову, то вырастет 187 новых голов. Если мечем-кладенцом срубить одним ударом 33 головы, то новых голов не появится. Если же копьем срубить одним ударом 29 голов, то у дракона вырастет 26 новых голов. Если все головы срублены, дракон погибает, и новых голов не появляется. Как богатырю победить дракона?

5. Пусть дано 101 целое число $a_1, a_2, \ldots, a_{101}$. Обозначим за $b_1, b_2, \ldots, b_{101}$ те же самые числа, но взятые в некотором другом порядке. Верно ли, что произведение $(a_1-b_1)\cdot(a_2-b_2)\cdot\ldots\cdot(a_{101}-b_{101})$ будет четным при любом выборе чисел и их порядка?

Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе

Теоретический тур

8 класс

Максимальное количество баллов - 35.
Время выполнения - 235 минут.
Краткая инструкция.
Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.

Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).
При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.
После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Бланк заданий

1. Для некоторого целого n известно, что $2n + 1 \vdots 3$. Какой остаток дает выражение $14n + 41$ при делении на 3?

2. На доске выписаны 2024 произвольных целых числа. Оказалось, что сумма любых шести из них отрицательна. Может ли сумма всех быть положительной?

3. Даны три положительных числа x, y, z (необязательно целых). Докажите, что

$$\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} > 1$$

4. Однажды четверо ребят решили украсить двор – посадить в ряд несколько елей и рябин. При этом они считают ряд «красивым», если никакие две ели не являются соседними (рябины рядом расти могут). У них оказалось 12 саженцев елей и 5 саженцев рябин. Ребята разделили их так, что каждому досталось некоторое ненулевое количество саженцев. Докажите, что хотя бы один из ребят сможет высадить «красивый» ряд, использовав все свои саженцы.

5. На клетчатой плоскости нарисован прямоугольник (границы совпадают с линиями сетки) размерами 2023 на 2025. В одной из его клеток сидит жук, а в центральной клетке прямоугольника находится ловушка. Жук может перемещаться из данной только в клетку, соседнюю с ней по стороне. Сможет ли он пройти таким образом все клетки прямоугольника, не попав в ловушку?

Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе

Теоретический тур

9 класс

Максимальное количество баллов - 35.
Время выполнения - 235 минут.
Краткая инструкция.
Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.
Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).
При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.
После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Бланк заданий

1. Найдите наибольшее шестизначное число, произведение всех цифр которого равно 2025.

2. Футбольный турнир проходил в один круг, все команды набрали разное число очков (за победу – 2 очка, ничья – 1 очко, поражение 0). Команда, занявшая последнее место, выиграла у всех трех призеров. Могло ли в турнире участвовать 12 команд?

3. В треугольнике ABC проведены высота BH и медианы AM и CK. Докажите, что углы треугольника KHM и заданного треугольника совпадают.

4. Какая цифра стоит первой после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{n^2+n}$, где n – натуральное число?

5. Восемь друзей начали играть по ночам в сетевую игру, но одновременно получается выйти на связь только троим из них. Но там они ссорятся и никакие двое не хотят играть вместе второй раз. Какое наибольшее количество ночей это может продолжаться?

Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе

Теоретический тур

10 класс

Максимальное количество баллов - 35.
Время выполнения - 235 минут.
Краткая инструкция.
Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.
Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).
При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.
После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

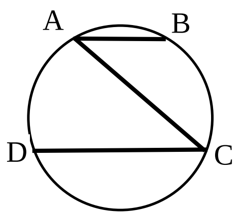
Бланк заданий

1. В пещере Кощея Бессмертного лежит кучка монет. Иван с Кощеем по очереди берут из кучи одну или две монеты. Проигравшим считается тот, кто заберет последнюю монету, Иван ходит первым. При каком изначальном количестве монет Иван сможет выиграть Кощея?

2. В тридесятом царстве на интеллектуальном турнире три рыцаря: красный, синий и золотой решали задачи в течении определённого времени. За каждую решённую задачу рыцарь, решивший её первой, получал четыре алых платка от Елены Прекрасной, решивший второй — два платка, а решивший последним — один платок. Каждый рыцарь решил все задачи в срок, при этом одновременных решений не было. Красный и синий рыцари получили по 13 платков, а золотой рыцарь получил меньшее число платков. Сколько платков получил золотой рыцарь?

3. Большой отрезок длины 100 покрыт полностью маленькими отрезками длины 1, лежащими в нем целиком, так, что при удалении любого маленького отрезка исходный большой отрезок остается не полностью покрытым. Какое наибольшее количество маленьких отрезков могут покрывать большой отрезок.

4. В окружности по разные стороны от центра проведены две параллельные хорды AB и CD с длинами 2 и 4 см, соответственно, а также хорда AC длиной 5 см (см. рисунок). Найти радиус окружности.



5. Докажите, что если корнями многочлена x^2+px+1 являются числа a и b, а корнями многочлена x^2+qx+1 являются числа c и d, то верно равенство:
$(a-c)(b-c)(a+d)(b+d) = q^2 - p^2$.

Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе

Теоретический тур

11 класс

Максимальное количество баллов - 35.
Время выполнения - 235 минут.
Краткая инструкция.
Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.
Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).
При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.
После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Бланк заданий

1. Двое играют в игру: по очереди берут из кучи камней один, два или три камня. Проигравшим считается тот, кто заберет последний камень. При каком изначальном количестве камней начинающий сможет выиграть?

2. В коробке лежат 40 одинаковых по виду конфет с начинкой. Известно, что некоторые из конфет имеют шоколадную начинку, и их количество четно. Разрешается указать на любые две конфеты и спросить, есть ли среди них хотя бы одна с шоколадной начинкой. За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно определить какую-нибудь конфету с шоколадной начинкой?

3. Найти все натуральные n, для которых $n \cdot 2^{n-1} + 1$ делится на 3.

4. Дан равнобедренный треугольник ABC с углом B, равным 120°. Проведены отрезки BD и BE к основанию AC, такие, что AD=1, CE=2 и угол DBE равен 60°. Найти длину отрезка DE.

5. Докажите, что для любых чисел x, y, z, больших 1, верно неравенство:

$$2\left(\frac{log_y x}{x+y}+\frac{log_z y}{y+z}+\frac{log_x z}{x+z}\right)\geq\frac{9}{x+y+z}.$$